औसत

औसत या अंकगणितीय माध्य

दो या दो से अधिक समान राशियों का औसत या माध्य वह राशि हैं, जो दी हुई राशियों के योग में उनकी कुल संख्या से भाग देने पर प्राप्त होती है।

औसत की अवधारणा सम्बन्धी उपयोगी तथ्य

यदि किसी समूह में कोई नया व्यक्ति शामिल हो तथा उसके आने से पूरे समूह का औसत बढ़ जाए, तो आने वाले व्यक्ति का वजन औसत से अधिक होगा। ठीक इसके विपरीत औसत कम हो जाने से उसका वजन औसत से कम होगा। यदि किसी वर्ग में से दो लड़के चले जाएँ तथा उनके स्थान पर दो नये लड़के आ जाएँ और ऐसा होने से औसत वजन या आयु बढ़ जाए, आने वाले दो नये लड़कों के वजन या आयु जाने वाले लड़कों के वजन तो या आयु से अधिक होगा। औसत वजन या आयु कम हो जाने से दोनों नये लड़कों के वजन या आयु जाने वाले लड़कों के वजन या आयु से कम होगा।

औसत ज्ञात करने की विधि

सर्वप्रथम दी हुई राशि का योगफल करें।

प्राप्त योगफल में कुल संख्याओं (गिनती) का भाग करें। प्राप्त भागफल ही अभीष्ट औसत है।

जैसे 11, 25, 9.5, 13.5 तथा 6 का औसत क्या होगा?

औसत = $\frac{\text{संख्याओं का योगफल}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{11+25+9.5+13.5+6}{5}$

$= \frac{65}{5} = 13$

महत्त्वपूर्ण तथ्य

- राशियों $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ का औसत = $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$
- राशियों का योग = औसत x कुल राशि
- यदि mA + mB = n हो, तो A और B का औसत $= \frac{n}{2m}$
- n क्रमागत सम तथा विषम संख्याओं का औसत $= \frac{x + (x+2) + (x+4) + \ldots + \{x + 2(n-1)\}}{n}$

परीक्षाओं में निम्न प्रकार पर आधारित प्रश्न पूछे जाते है

औसत सम्बन्धी एक या दो प्रश्न पूछे जा सकते हैं। ये प्रश्न अधिक जटिल प्रकृति के न होकर सामान्य प्रकृति के हो सकते हैं जो मुख्यतः मूलभूत सूत्रों पर आधारित होते है।

1. सामान्य औसत से सम्बन्धित प्रश्न
2. स्कोरों/अंकों के सेट के औसत सम्बन्धी प्रश्न
3. क्रमागत सम तथा विषम संख्याओं के औसत सम्बन्धी प्रश्न
4. औसत सम्बन्धी विविध प्रश्न

प्रकार 1. सामान्य औसत से सम्बन्धित प्रश्न

इस प्रकार के अधिकांश प्रश्न सीधे सूत्र पर आधारित होते हैं। हम जानते हैं कि गिनती के रूप में गणना की जाने वाली सभी संख्याएँ 1 से लेकर ∞ तक प्राकृत संख्याएँ कहलाती हैं। इन संख्याओं का औसत सामान्य गणना करके ज्ञात कर सकते हैं औसत के प्रश्नों में इन संख्याओं का मान निम्नलिखित सूत्रों द्वारा ज्ञात किया जाता है

महत्त्वपूर्ण तथ्य

सामान्य औसत सम्बन्धी सूत्र औसत $= \frac{\text{संख्याओं का योग}}{\text{कुल संख्याएँ}}$

लगातार प्राकृत संख्याओं के औसत सम्बन्धी सूत्र निम्नलिखित हैं

- लगातार n तक की प्राकृत संख्याओं का औसत $= \frac{n+1}{2}$
  जैसे लगातार 39 तक की प्राकृत संख्याओं का औसत $= \frac{39+1}{2} =$ 20
- लगातार n तक की प्राकृत संख्याओं के वर्गों का औसत $= \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$
  जैसे $1^3, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2$ का औसत $= \frac{(5+1)(2 \times 5+1)}{6} = 11$
- लगातार n तक की प्राकृत संख्याओं के घनों का औसत $= \frac{n(n+1)^2}{4}$
  जैसे $1^3, 2^3, 3^3$ का औसत $= \frac{3(3+1)^2}{4} = 12$

1. 6 के प्रथम पाँच गुणजों का औसत कितना होगा?

1) 5
2) 16
3) 1
4) 10
5) इनमें से कोई नहीं

उत्तर - (5) संख्या 4 के प्रथम चार गुणज इस प्रकार है

6, 12, 18, 24, 30

अतः अभीष्ट औसत = $\frac{6+12+18+24+30}{5}$ = $\frac{90}{5}$ = 18

• यदि किसी संख्या के लगातार गुणजों का औसत ज्ञात करना हो, तो उस संख्या के पहाड़ों का योग करके, कुल गुणज से भाग कर देते हैं।

2. प्रथम 10 अभाज्य संख्याओं का औसत कितना है?

1) $11\frac{1}{9}$
2) 11.10
3) $10\frac{1}{2}$
4) 12.9
5) इनमें से कोई नहीं

उत्तर - (5) प्रथम 11 अभाज्य संख्याएँ - 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31

अभीष्ट औसत

= $\frac{2+3+5+7+11+13+17+19+23+29}{10}$+31

= $\frac{160}{11}$ ≈ 14.55

अभाज्य संख्याएं 2 से प्रारम्भ होती हैं।

प्रकार 2. स्कोरों/अंकों के सेट के औसत सम्बन्धी प्रश्न

इस प्रकार के प्रश्न साधारणतः मौलिक सूत्रों से ही हल किए जाते हैं। अभ्यर्थी इस प्रकार के प्रश्नों का अभ्यास अधिक-से-अधिक करें।

अर्थात् अभीष्ट औसत = $\frac{\text{दिए गए सेटों का योग}}{\text{कुल सेट}}$

3. नीचे दिए गए स्कोरों के सेट के औसत का पता लगाइए।

288, 892, 582, 971, 712

1) 588
2) 688
3) 788
4) 700
5) 610

उत्तर - (2) अभीष्ट औसत = $\frac{\text{दिए गए सेटों का योग}}{\text{कुल सेट}}$

$= \frac{283+892+582+971+712}{5} = \frac{3440}{5} = 688$

4. अंकों के निम्नांकित सेट का औसत बताइए।

235, 813, 925, 605, 903, 807, 710

1) 714
2) 833
3) 613
4) 814
5) 733

उत्तर - (1) अभीष्ट औसत

$= \frac{235+813+925+605+903+807+710}{7} = \frac{4998}{5} = 714$

प्रकार 3. क्रमागत सम तथा विषम संख्याओं के औसत सम्बन्धी प्रश्न

क्रमागत की क्रमिक अथवा लगातार भी कहते हैं। इसका शाब्दिक अर्थ है-ऐसी संख्याएँ जो एक-एक करके समान अन्तर से आगे की ओर बढ़ती हैं, क्रमागत संख्याएँ कहलाती हैं।

जैसे (i) 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... (ii) x, x+ 1,x+2,x+3,x+4,...

(iii) a + 1, a + 2, a + 3, a + 4,...

महत्त्वपूर्ण तथ्य

यदि क्रमागत के साथ सम अथवा विषम संख्या जुड़ी हो, तो

- क्रमिक सम संख्याएँ इस प्रकार होंगी 4
  - (a) 2, 4, 6, 8, 10,
  - (b) x, (x + 2), (x + 4), (x + 6)....
- क्रमिक विषम संख्याएँ इस प्रकार होंगी
  - (a) 1, 3, 5, 7, 9,
  - (b) x, (x + 2), (x + 4)

क्रमिक सम तथा विषम संख्याओं का औसत = $\frac{x+(x+2)+(x+3)+...+(x+2(n-1))}{n}$

- यदि चार क्रमिक सम संख्याओं का औसत A हो, तो A = $\frac{x+(x+2)+(x+4)+(x+6)}{4}$
- यदि चार क्रमिक विषम संख्याओं का औसत B हो, तो B = $\frac{x+(x+2)+(x+4)+(x+6)}{4}$

5. यदि 7 क्रमिक संख्याओं का औसत 20 हो, तो उन संख्याओं में सबसे बड़ी संख्या होगी

1) 24
2) 23
3) 22
4) 20
5) 21

उत्तर - (2) $\frac{n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)++(n+5)+(n+6).}{7}$ = 20

⇒ $\frac{7n+21}{7}$ 20 ⇒ n + 3 = 20 ⇒ n = 17

.: सबसे बड़ी संख्या = n + 6 = 17 + 6 = 23

6. चार लगातार सम संख्याओं का औसत, उन संख्याओं के योग का एक-चौथाई है। प्रथम तथा अन्तिम संख्याओं के बीच क्या अन्तर है?

1) 4
2) 6
3) 2

4) आँकड़े अधूरे हैं
5) इनमें से कोई नहीं

उत्तर - (2) किन्हीं भी लगातार चार सम संख्याओं में प्रथम और अंतिम संख्या का अन्तर 6 होता है।

7. चार क्रमागत सम संख्याओं का औसत 27 है। इनमें से सबसे बड़ी संख्या क्या है?

1) 36
2) 32
3) 30
4) 28
5) इनमें से कोई नहीं

उत्तर - (3) पहली विधि <u>24</u> <u>26</u> $\frac{27}{\text{औसत संख्या}}$ <u>28</u> $\frac{30}{\text{बड़ी संख्या}}$

दूसरी विधि

$$x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) = 27 \times 4$$

$$\Rightarrow \quad 4x = 108 - 12$$

$$\therefore \quad x = \frac{96}{4} = 24$$

$$\therefore \quad x + 6 = 24 + 6 = 30$$

8. 6 लगातार विषम संख्याओं का औसत 48 है। सबसे छोटी तथा सबसे बड़ी संख्याओं में क्या अन्तर है?

1) 10
2) 12
3) 9
4) आँकड़े अधूरे हैं
5) इनमें से कोई नहीं

उत्तर - (1) यदि पहली विषम संख्या हो, तो

$x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) + (x + 8) + (x + 10) = 48x6$

$\Rightarrow 6x + 30 = 288 \Rightarrow 6x = 258 \Rightarrow x = 43$

∴ सबसे छोटी संख्या 43, सबसे बड़ी संख्या = 43 + 10 = 53

अभीष्ट अन्तर = 53 - 43 = 10

शॉर्ट कट विधि

न्यूनतम संख्या = x

तथा अधिकतम संख्या = (x + 10) हो, तो (x + 10) - x = 10

प्रकार 4. औसत सम्बन्धी विविध प्रश्न

इस प्रकार के प्रश्न थोड़े जटिल प्रकृति के होते हैं, मूल सिद्धान्त समझ आ जाने से ये काफी आसान हो जाते हैं।

इसके अन्तर्गत आने वाले कुछ प्रश्नों के हल के लिए प्रमुख विधियाँ इस प्रकार हैं

(i) यदि n_1 पर विद्यार्थियों की औसत आयु x_1 हो तथा n_2 विद्यार्थी आ जाने पर x_1 के स्थान पर $\bar{x}$ हो जाती है। यदि नये आने वाले विद्यार्थियों की औसत आयु x_2 हो, तो $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2}{n1 + n2}$

(ii) इसी प्रकार, यदि n_1 परिणामों का औसत x_1 परिणामों का औसत हो तथा अन्य n_2 परिणामों का औसत x_2 हो, तो अभीष्ट औसत = $\frac{n_1x_1 + n_2x_2}{n1 + n2}$

9. एक क्रिकेट खिलाड़ी की 10 पारियों के रनों का औसत 32 था। खिलाड़ी अगली पारी में कितने रन बनाए ताकि उसके रनों का औसत 4 अधिक हो जाए?

1) 76
2) 70
3) 4
4) 2
5) 40

उत्तर - (1) 10 पारियों के रनों का औसत = 32

10 पारियों के रनों का योग = 320

माना 11वीं पारी में x रन बनाए गए।

$\frac{320 + x}{11} = 36$

⇒ $320 + x = 396$

⇒ $x = 76$

10. 30 परिणामों का औसत 20 है तथा अन्य 20 परिणामों का औसत 30 है। सभी परिणामों का औसत क्या है?

1) 24
2) 48
3) 25
4) 50
5) 30

उत्तर - (1) दिया है, n_1 = 30, X_1 = 20, n_2 = 20, X_2 = 30

अभीष्ट औसत = $\frac{n_1x_1+n_2x_2}{n_1+n_2} = \frac{30 \times 20 + 20 \times 30}{30 + 20}$

$= \frac{600+600}{50} = \frac{1200}{50}$ = 24

11. 30 विद्यार्थियों की एक कक्षा में लड़कों की औसत आयु 15.2 वर्ष है। यदि कक्षा में 15 लड़के और आ जाते हैं, तो पूरी कक्षा का औसत आधा वर्ष घट जाता है। नये आने वाले लड़कों की आयु का औसत है

1) 12.5
2) 14.7
3) 13.5
4) 14
5) 13.7

उत्तर - (5) n_1 = 30, x_1 = 152 वर्ष, n_2 = 15

$n_1 + n_2$ = 45 $\bar{x}$ = 14.7 वर्ष ($\because$15.2 - 0.5 = 14.7)

$\bar{x} = \frac{n_1x_1+n_2x_2}{n_1+n_2} \Rightarrow 14.7 = \frac{30 \times 15.2 + 15 \times x_2}{45}$

$\Rightarrow 14.7 \times 45 = 30 \times 15.2 + 15 \times 2 \Rightarrow X_2 = \frac{661.5-456.0}{15} = 13.7$

Exercise

1. प्रथम 49 प्राकृतिक संख्याओं का औसत क्या है?
1) 26
2) 25.5
3) 25
4) 24.5
5) इनमें से कोई नहीं

2. 60 तक की सभी विषम संख्याओं का औसत क्या है?
1) 49
2) 30
3) 50
4) 51
5) इनमें से कोई नहीं

3. 3 के प्रथम नौ गुणजों का औसत क्या है?
1) 12
2) 18.5
3) 36
4) 15
5) इनमें से कोई नहीं

4. 11, 23 तथा x का औसत 40 है। x का मान क्या है?
1) 6
2) 40
3) 86
4) 120
5) इनमें से कोई नहीं

5. स्कोर्स के निम्नलिखित सेट के औसत का पता लगाइए।
125, 236, 334, 486, 564, 625, 702, 800

1) 448
2) 482
3) 524
4) 542
5) इनमें से कोई नहीं

Answer Key

1. 3
2. 2
3. 4
4. 3
5. 5